科学通报 2008 年 第 53 卷 第 24 期: 3026 ~ 3029
专 题
《中国科学》杂志社
SCIENCE IN CHINA PRESS

# 换热器参数优化中的熵产极值和㶲耗散极值

柳雄斌, 孟继安, 过增元*

清华大学航天航空学院, 热科学与动力工程教育部重点实验室, 北京 100084
* 联系人, E-mail: demgzy@tsinghua.edu.cn

2008-07-08 收稿, 2008-11-12 接受
国家重点基础研究发展计划资助项目(编号: 2007CB206901)

摘要 以“仅以传递热量为目的”和“参与不可逆布雷顿循环”的逆流换热器为例, 比较了熵产极值准则和㶲耗散极值准则在换热器参数优化问题中的适用性. 对参与热功转换的换热器, 换热器的热力学优化准则取为熵产极值较好; 对只参与热量传递的换热器, 换热器参数优化准则取为㶲耗散极值更合适. 对流体温度变化不剧烈的换热器, 两种优化准则趋于一致.

关键词
换热器参数优化
熵产
㶲耗散
布雷顿循环

换热器性能优化对能源的高效利用有重要意义. 不少国内外学者讨论了换热器性能与其传热不可逆性的关系[1~11]. 换热器传热不可逆性通常用熵产来度量, 但熵产极值与换热器性能最优有时并不对应. 由热力学分析可知, 熵产数越小, 说明不可逆损失越小, 换热器的性能应越好, 但 Bejan 对平衡流逆流换热器的分析表明[1], 在效能 $\varepsilon \in (0, 0.5)$ 时, 逆流换热器的效能随着熵产数的增大而增大, 这一矛盾结论被称为换热器中的“熵产悖论”. Shah 等[8]的计算表明, 当换热器的熵产数达到极值时, 不同流动布置方式下的换热器效能既有可能是极大值或极小值, 也有可能是某一中间值.

过增元引入了表征物体热量传递能力的物理量“㶲”[12,13], 一个物体的㶲定义为其内能与温度乘积之半. 㶲在热量传递过程中不可逆地被耗散, 㶲耗散可以从热量传递能力损失的角度度量热量传递过程不可逆性.

本文以逆流换热器“仅以传递热量为目的”和“参与不可逆布雷顿循环”两种不同情况为研究对象, 研究熵产极值和㶲耗散极值在换热器参数优化中的适用性.

## 1 换热器用于加热或冷却

工业中换热器的重要用途之一是加热或冷却一股流体, 例如在用于空气分离的换热器中, 空气往往要被从室温冷却到–165 ~ –155℃[14]. 换热器参数优化是指在一定的流动泵功下, 当冷热流体进口温度一定时, 存在的一个最佳的冷热流体热容量流比, 它使换热器换热量达到最大.

考虑平板式逆流换热器(图 1). 设这一换热器冷、热流体为同种流体, 换热器传热系数与传热面积之积 $UA$ 为定值, 两股流体的入口温度 $T_{\mathrm{h,in}}$ 和 $T_{\mathrm{c,in}}$ 已知. 假定平板式逆流换热器(图 1)的通道高度 $H$ 远小于通道宽度 $W$ 和长度 $L$. 由于特征长度 $H$ 很小使得通道流动的雷诺数较低, 通道流动通常为层流, 两股流体的体积流量 $G$ 可以表示为[15]

$$G_{\mathrm{hot}} = \frac{2H^3W}{3\mu}\frac{\Delta P_{\mathrm{hot}}}{L}, \qquad G_{\mathrm{cold}} = \frac{2H^3W}{3\mu}\frac{\Delta P_{\mathrm{cold}}}{L}. \tag{1}$$

驱动平板式逆流换热器内冷、热流体所耗费的总泵功率是

$$J = G_{\mathrm{hot}}\Delta P_{\mathrm{hot}} + G_{\mathrm{cold}}\Delta P_{\mathrm{cold}} = \frac{3\mu L}{2H^3W}(G_{\mathrm{hot}}^2 + G_{\mathrm{cold}}^2). \tag{2}$$

两股流体的热容量流 $C_{\mathrm{hot}}$, $C_{\mathrm{cold}}$ 与流量的关系是

$$C_{\mathrm{hot}} = \rho C_p G_{\mathrm{hot}}, \quad C_{\mathrm{cold}} = \rho C_p G_{\mathrm{cold}}. \tag{3}$$

将(3)式代入(2)式后, 图 1 所示平板式逆流换热器的总泵功率可以表示为

$$J = \frac{3\mu L}{2\rho^2 C_p^2 H^3 W}(C_{\mathrm{hot}}^2 + C_{\mathrm{cold}}^2). \tag{4}$$



© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

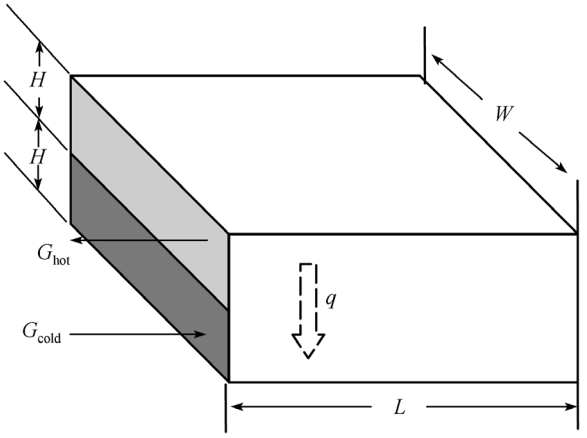


**图 1　平板式逆流换热器**

(4)式表明，在流动泵功一定的限制下，两股流体的热容量流 $C_{hot}$，$C_{cold}$ 的平方和为定值，不妨记这一定值为 $C_{all}^2$. 在流动泵功一定且冷热流体的热容量流比 $r=C_{cold}/C_{hot}$ 变化时，换热器的换热速率 $Q$、熵产 $\dot{S}_{gen}$ 和㶲耗散 $\dot{\phi}_h$ 存在极值.

换热速率 $Q$ 可以用方程组(5)求解:

$$\begin{aligned}
&C_{cold}=\sqrt{r^2\Big/\left(1+r^2\right)}\cdot C_{all},\\
&C_{hot}=\sqrt{1\Big/\left(1+r^2\right)}\cdot C_{all},\\
&Q=C_{hot}(T_{h,in}-T_{h,out})=C_{cold}(T_{c,out}-T_{c,in})\\
&\quad=\varepsilon C_{min}(T_{h,in}-T_{c,in}),
\end{aligned}\tag{5}$$

其中 $T_{h,out}$，$T_{c,out}$ 为两股流体出口温度，$C_{min}$ 为冷热流体热容量流的较小者，$\varepsilon$为效能，$\varepsilon$可以根据逆流换热器的$\varepsilon$-NTU 关系，由 NTU=$UA/C_{min}$ 求出.

逆流换热器由于有限温差引起的传热不可逆性熵产 $\dot{S}_{gen}$ 的表达式是[1]

$$\dot{S}_{gen}=C_{hot}\ln\frac{T_{h,out}}{T_{h,in}}+C_{cold}\ln\frac{T_{c,out}}{T_{c,in}}.\tag{6}$$

换热器在换热前后的㶲耗散 $\dot{\phi}_h$ 为两股流体总入口㶲与总出口㶲的差值[16]:

$$\begin{aligned}
\dot{\phi}_h=&\left(\frac{1}{2}C_{hot}T_{h,in}^2+\frac{1}{2}C_{cold}T_{c,in}^2\right)\\
&-\left(\frac{1}{2}C_{hot}T_{h,out}^2+\frac{1}{2}C_{cold}T_{c,out}^2\right).
\end{aligned}\tag{7}$$

计算得到逆流换热器的换热速率 $Q$、熵产 $\dot{S}_{gen}$ 和㶲耗散 $\dot{\phi}_h$ 随热容量流比 $r$ 的变化如图 2 所示.

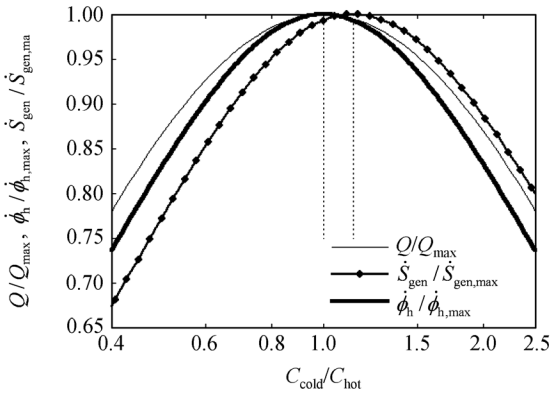


**图 2　逆流换热器的无量纲换热速率、熵产和㶲耗散随热容量流比 $r$ 的变化，其中 $T_{h,in}$=300 K, $T_{c,in}$=150 K, $C_{all}$=1.0×10$^4$ W/K, $UA$ = 1.0×10$^4$ W/K**

由图 2 可知，在泵功一定($C_{all}$ 一定)的前提下，当换热器冷、热流体热容量流相等时，逆流换热器最大㶲耗散与最大换热速率相对应；当冷、热流体的热容量流比约为 1.14 时，逆流换热器熵产最大，但此时换热速率不是最大值. 因此，对于以热量传递为主要目的的换热器参数优化问题，其优化准则取为㶲耗散极值比较合适.

## 2　换热器用于不可逆布雷顿循环

工业中换热器的另一个重要用途是参与热功转换过程. 考虑图 3 中实线所示的不可逆布雷顿(Brayton)循环[17]，在等压加热过程 2-3 中，循环工质通过一台换热器与高温热源流体换热，而在等压冷却过程 4-1 中，循环工质通过另一台换热器与低温热源流体换热. 设循环工质的热容量流为 $C_B$，高温热源流体的热容量流为 $C_H$，入口温度为 $T_{H,in}$，出口温度为 $T_{H,out}$，低温冷源的热容量流为 $C_L$，入口和出口温度为 $T_{L,in}$ 和 $T_{L,out}$.

设循环工质从高温热源侧的吸热速率 $Q_H$ 为定值，

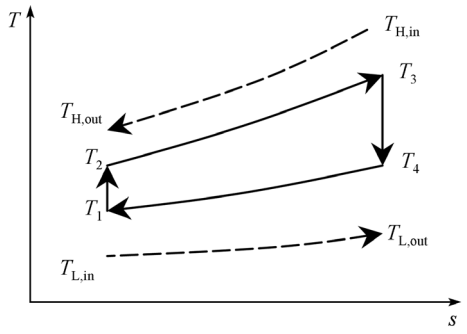


**图 3　不可逆布雷顿循环的 *T-S* 图**



© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

换热器参数优化的目标是布雷顿循环输出功率 $W$ 最大，优化对象是循环工质的热容量流 $C_B$. 以下建立热容量流 $C_B$ 与输出功率 $W$ 的关系.

设高温热源流体和低温热源流体的入口温度 $T_{H,in}$ 和 $T_{L,in}$ 已知，高温侧换热器的传热系数与传热面积之积为 $UA_H$. 当 $C_B$ 给定时，高温热源侧换热器的换热速率 $Q_H$ 满足:

$$Q_H = \varepsilon_H C_{H,\min}(T_{H,in} - T_2), \tag{8}$$

$$Q_H = C_B(T_3 - T_2), \tag{9}$$

其中 $C_{H,\min}$ 是热容量流 $C_H$ 和 $C_B$ 中的较小者. $\varepsilon_H$ 为高温侧换热器的效能，可以由 $\mathrm{NTU}_H = UA_H/C_{H,\min}$ 求出.

对低温侧换热器可以类似地列出

$$Q_L = \varepsilon_L C_{L,\min}(T_4 - T_{L,in}), \tag{10}$$

$$Q_L = C_B(T_4 - T_1), \tag{11}$$

其中 $C_{L,\min}$ 是热容量流 $C_L$ 和 $C_B$ 中的较小者，$\varepsilon_L$ 为低温侧换热器的效能，可由 $\mathrm{NTU}_L = UA_L/C_{L,\min}$ 求出.

由于布雷顿循环的压力比一定，因此状态 1~4 的温度还满足

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_4}. \tag{12}$$

(8)~(12)式共有五个变量 $T_1$~$T_4$ 和 $Q_L$，方程组封闭，可以解出 $T_1$~$T_4$ 和 $Q_L$. 于是输出功率 $W$ 可以通过(13)式求得:

$$W = Q_H - Q_L. \tag{13}$$

由于循环工质与高低温热源流体间有限温差传热导致的换热器熵产为

$$\begin{aligned}\dot{S}_{gen} &= \left(C_H \ln\frac{T_{H,out}}{T_{H,in}} + C_B \ln\frac{T_3}{T_2}\right) + \left(C_L \ln\frac{T_{L,out}}{T_{L,in}} + C_B \ln\frac{T_1}{T_4}\right)\\ &= C_H \ln\frac{T_{H,out}}{T_{H,in}} + C_L \ln\frac{T_{L,out}}{T_{L,in}}.\end{aligned} \tag{14}$$

参与布雷顿循环的两台换热器的总㶲耗散为高低温热源换热器各自的㶲耗散之和:

$$\begin{aligned}\dot{\phi}_h &= \left(\frac{1}{2}C_H T_{H,in}^2 + \frac{1}{2}C_B T_2^2\right) - \left(\frac{1}{2}C_H T_{H,out}^2 + \frac{1}{2}C_B T_3^2\right)\\ &+ \left(\frac{1}{2}C_L T_{L,in}^2 + \frac{1}{2}C_B T_4^2\right) - \left(\frac{1}{2}C_L T_{L,out}^2 + \frac{1}{2}C_B T_1^2\right).\end{aligned} \tag{15}$$

依据(8)~(15)式，通过数值计算得出不可逆布雷顿循环的输出功、两台换热器的熵产和㶲耗散随循环工质的热容量流 $C_B$ 的变化如图 4 所示.

从图 4 可以看出，当不可逆布雷顿循环高低温侧两个换热器的传热熵产之和最小时($C_B \approx 1330$ W/K)，布雷顿循环的输出功率最大；而当两个换热器㶲耗散之和最小($C_B \approx 1080$ W/K)时，布雷顿循环的输出功率不是极大值. 因此，参与热功转换的换热器的优化准则取为熵产极值更加合适.

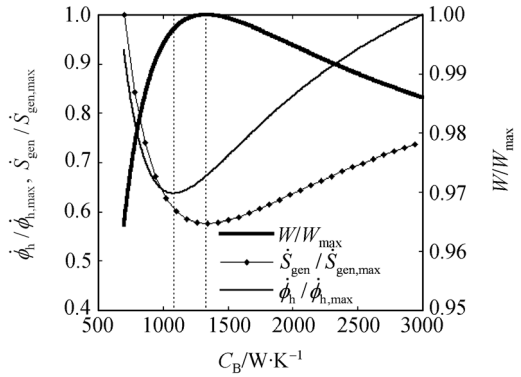


**图 4 不可逆布雷顿循环的输出功、熵产和㶲耗散随 $C_B$ 的变化($T_{H,in}$=800 K, $C_H$=1000 W/K, $Q_H$=1.0×10$^5$ W; $T_{C,in}$ = 300 K, $C_L$ = 2000 W/K, $U_H$ = $U_C$ = 5000 W/K)**

## 3 换热器中㶲耗散率与熵产率的关系

由于熵产是描述热功转换不可逆性的物理量，而当换热器用于不涉及能量形式转换的纯热量传递过程时，这一热量传递不可逆性应由㶲耗散来度量.

当换热器中两股流体的温度变化较小(不妨记此时热、冷流体温度分别为 $T_h$ 和 $T_c$)时，㶲耗散和熵产的变化趋势趋向相同且数值相近，这可以从由(6)式和(7)式变形而来的(16)式和(17)式看出.

$$\begin{aligned}\dot{S}_{gen} &= C_{hot}\ln\frac{T_{h,out}}{T_{h,in}} + C_{cold}\ln\frac{T_{c,out}}{T_{c,in}}\\ &= \int\frac{C_{hot}}{T_h}\mathrm{d}T_h + \int\frac{C_{cold}}{T_c}\mathrm{d}T_c = -\int\frac{\mathrm{d}q}{T_h} + \int\frac{\mathrm{d}q}{T_c}\\ &= \int\frac{U(T_h - T_c)^2}{T_h T_c}\mathrm{d}A \approx \frac{1}{\overline{T_h T_c}}\dot{\phi}_h,\end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{aligned}\dot{\phi}_h &= \frac{1}{2}C_{hot}(T_{h,in}^2 - T_{h,out}^2) + \frac{1}{2}C_{cold}(T_{c,in}^2 - T_{c,out}^2)\\ &= -\int C_{hot}T_h\mathrm{d}T_h - \int C_{cold}T_c\mathrm{d}T_c\\ &= \int T_h\mathrm{d}q - \int T_c\mathrm{d}q = \int(T_h - T_c)\mathrm{d}q\\ &= \int U(T_h - T_c)^2\,\mathrm{d}A \approx \overline{T_h T_c}\dot{S}_{gen}.\end{aligned} \tag{17}$$

若在图 2 和图 4 的算例中不断减小冷热流体侧的温度变化($T_h$ 和 $T_c$ 约为定值)，则换热器㶲耗散和熵产的变化趋势将逐渐趋于相同，此时无论是采用㶲耗



© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

散极值或熵产极值，均能对换热器内的热量传递过程优化或热功转换过程优化给出较好的结果.

## 4 结论

换热器传热不可逆性的度量方式取决于其用途. 两股流体做功能力损失的不可逆性应当用熵产来衡量，而两股流体热量传递能力损失的不可逆性则应当用㶲耗散来衡量. 因此，参与热功转换的换热器的优化准则取为熵产最小较好，而对参与热量传递的换热器，其优化准则取为㶲耗散最小更合适. 在流体温度变化不剧烈的换热器中，两种优化准则趋于一致.

## 参考文献


1 Bejan A. Advanced Engineering Thermodynamics. New York: Wiley, 1997
2 熊大曦，李志信，过增元. 换热器的效能与熵产分析. 工程热物理学报, 1997, 18(01): 90—94
3 彭雄兵，彦启森. 冷水表面式冷却器的熵增分析与换热器强化传热评价准则研究, 1997, 27(4): 18—21
4 Ogulata R T, Doba F. Experiments and entropy generation minimization analysis of a cross-flow heat exchanger. Int J Heat Mass Transfer, 1998, 41(2): 373—381
5 苏亚欣，骆仲泱，岑可法. 换热器肋片的最小熵产优化研究. 化工学报, 1999, 50(01): 118—124
6 Ordonez J C, Bejan A. Entropy generation minimization in parallel-plates counterflow heat exchangers. Int J Energy Res, 2000, 24(10): 843—864
7 闵敬春，吴晓敏. 管翅式换热器的不可逆损失分析. 化工学报, 2003, 54(11): 1514—1518
8 Shah R K, Skiepko T. Entropy generation extrema and their relationship with heat exchanger effectiveness-Number of transfer unit behavior for complex flow arrangements. J Heat Transfer, 2004, 126(6): 994—1002
9 Lerou P P, Veenstra T T, Burger J F, et al. Optimization of counterflow heat exchanger geometry through minimization of entropy generation. Cryogenics, 2005, 45(10-11): 659—669
10 舒礼伟，陈林根，孙丰瑞. 传热传质过程和设备的有限时间热力学优化. 热能动力工程, 2006, 21(02): 111—114
11 余敏，马俊杰，杨茉，等. 换热器特性参数与热力性能熵产分析. 热能动力工程, 2007, 22(04): 399—403
12 过增元，梁新刚，朱宏晔，等. 㶲——描述物体传递热量能力的物理量. 自然科学进展, 2006, 16(10): 1288—1296
13 程新广，孟继安，过增元，等. 导热优化中的最小传递势容耗散与最小熵产. 工程热物理学报, 2005, 26(6): 1034—1036
14 史美中，王中铮. 热交换器原理与设计. 南京: 东南大学出版社, 1996
15 陈懋章. 粘性流体动力学基础. 北京: 高等教育出版社, 2002
16 柳雄斌，孟继安，过增元. 基于㶲耗散的换热器热阻分析. 自然科学进展, 2008, 18(10): 1186—1190
17 陈林根，郑军林，孙丰瑞，等. 变温热源布雷顿循环的功率密度优化. 工程热物理学报, 2001, 22(02): 151—153




© 1994-2012 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net